



DOI: 10.29298/rmcf.v14i78.1330

Artículo de Investigación

Ecuaciones de razón de volumen para *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltl. del estado de Nayarit, México

Ratio volume equations of *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltl. from Nayarit State, Mexico

Francisco Javier Hernández^{1*}, Luis Alberto Simental Serrano², José Ciro Hernández Díaz³, Christian A. Wehenkel³, José Ángel Prieto Ruíz³, Juan Abel Nájera Luna¹

Fecha de recepción/Reception date: 30 de diciembre de 2022

Fecha de aceptación/Acceptance date: 30 de junio del 2023

¹Instituto Tecnológico de El Salto, División de Estudios de Posgrado e Investigación. México.

²Universidad Juárez del Estado de Durango, Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. México.

³Universidad Juárez del Estado de Durango, Instituto de Silvicultura e Industria de la Madera. México.

*Autor para correspondencia: correo-e: fcojhernan@yahoo.com.mx

*Corresponding author; e-mail: fcojhernan@yahoo.com.mx

Resumen

Las ecuaciones de razón de volumen son una opción viable para estimar con precisión el volumen comercial maderable de las especies forestales. El objetivo del presente estudio fue evaluar el ajuste de tres modelos de volumen comercial asociados a la razón de la altura y tres de ahusamiento para conformar un sistema de ecuaciones de volumen comercial-ahusamiento para *Pinus oocarpa* en el estado de Nayarit. Los datos provienen de la medición de 76 árboles para ajustar los modelos y 20 para validarlos. El ajuste se hizo con *PROC MODEL*, y se aplicaron regresiones aparentemente no relacionadas (*SUR*) en el *software* estadístico *SAS* 9.2. Los estadísticos de ajuste fueron el Coeficiente de Determinación Ajustado, Raíz del Cuadrado Medio del Error, Coeficiente de Variación y Criterio de Información de *Akaike*; los de validación fueron el sesgo promedio, error absoluto promedio, porcentaje de la diferencia agregada, Coeficiente de Determinación, Raíz del Cuadrado Medio del Error y los valores del parámetro de la pendiente de la regresión lineal entre datos observados y estimados. El Coeficiente de Determinación y la Raíz del Cuadrado Medio del Error que resultaron del ajuste del mejor modelo de volumen comercial fueron 0.9727 y 0.0651, mientras que los del mejor modelo de ahusamiento fueron 0.9579 y 2.7797. En conclusión, el proceso de validación permitió seleccionar al sistema de ecuaciones de volumen comercial y ahusamiento S2 como el mejor para estimar el volumen y el diámetro a cualquier altura del fuste para *P. oocarpa*.

Palabras clave: Ahusamiento, *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltl., *Schumacher-Hall*, volumen comercial, volumen de razón, volumen total.

Abstract

Ratio volume equations are precise mathematical alternatives to estimate merchantable volume of tree species. The objective of the present study was to evaluate the goodness of fit of three commercial volume models associated to height ratio and three taper models to conform a commercial volume-taper equations system of *Pinus oocarpa* growing at the state of *Nayarit*, Mexico. To carry out this study, 76 trees were selected for models fitting and 20 for validation over the entire study area. The models were fitted applying seemingly unrelated regression (*SUR*) in the statistic software *SAS* 9.2. The goodness of fit of the models was evaluated throughout the comparison of the Coefficient of determination, Root mean square error, Coefficient of variation and Akaike

Information Criterium; meanwhile, it was considering the mean bias, absolute mean error, aggregate difference in percentage, Coefficient of determination, Root mean square error and the value of the slope parameter of a lineal regression model for equations validation. The Coefficient of determination and Root mean square error of the best commercial volume model were 0.9727 and 0.0651, and for taper models were 0.9579 and 2.7797, respectively. The validation process allowed to select the commercial volume and taper equations system S2 as the best to estimate volume and diameter at any stem height of *P. oocarpa*.

Key words: Tree taper, *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltdl., Schumacher-Hall, commercial volume, ratio volume, total volume.

Introducción

Una de las actividades primarias en la valoración de los bosques es la estimación de las existencias volumétricas totales y comerciales de la madera en las especies arbóreas. Esto se ha logrado mediante la aplicación de modelos de volumen total y comercial ajustados de manera independiente (Demaerschalk, 1972; Burkhart, 1977; Clutter, 1980; Lynch *et al.*, 1992) o integrados de manera simultánea (Fang *et al.*, 2000; Cruz-Cobos *et al.*, 2008; Crecente-Campo *et al.*, 2009; Corral-Rivas *et al.*, 2017; Silva-González *et al.*, 2018; Flores *et al.*, 2021). En el primer caso, aunque el ajuste de los modelos de regresión puede ser significativo, la estimación del volumen comercial a lo largo del fuste presenta inconsistencias evidenciadas por el cruzamiento de las curvas al estimar volúmenes comerciales de árboles de diferentes categorías diamétricas (Burkhart, 1977). Para el segundo caso, se han desarrollado ecuaciones de ahusamiento, las cuales se ajustan de manera simultánea con sus respectivas ecuaciones de volumen para estimar, tanto el volumen total como el volumen comercial (Fang *et al.*, 2000; Cruz-Cobos *et al.*, 2008; Silva-González *et al.*, 2018; Flores *et al.*, 2021).

Otra alternativa para estimar el volumen comercial de especies maderables es con el uso de ecuaciones de razón de volumen integradas a una de volumen total (Trincado *et al.*, 1997; Zhao y Kane, 2017). Con base en el diámetro mínimo o longitud de las trozas requeridas para su transformación, el porcentaje del volumen comercial de los árboles individuales se estima como la razón de volumen comercial sobre el volumen total (Burkhardt, 1977; Barrios *et al.*, 2014). Aunque se reconoce que los sistemas de ahusamiento y volumen ajustados simultáneamente resultan en estimadores eficientes y precisos, los modelos de razón de volumen, aparte de ser precisos, tienen la ventaja de evitar métodos complejos de integración en la estimación del volumen comercial (Trincado *et al.*, 1997); también permiten derivar a partir de ellos ecuaciones compatibles de ahusamiento basadas en las alturas relativas (García-Espinoza *et al.*, 2018).

Pinus oocarpa Schiede ex Schldl. se distribuye ampliamente de manera natural sobre la Sierra Madre Oriental, la Sierra Madre Occidental y el Eje Neovolcánico Transversal (Fabián-Plesníková *et al.*, 2020), y en las zonas templadas propias de la media montaña del estado de Nayarit. Su madera suave, moderadamente pesada y de fácil secado se utiliza para la construcción pesada, estructuras de uso general, así como para durmientes, embalajes, ebanistería y carpintería, entre otros usos (Instituto Nacional de Bosques, 2017).

Con el fin de presentar opciones matemáticas que permitan hacer una valoración de los productos maderables de manera eficiente y precisa para contribuir al manejo forestal sostenible, el presente estudio tuvo como objetivo evaluar el ajuste de tres modelos de volumen comercial, compuestos por el modelo de volumen total de *Schumacher-Hall* (Schumacher y Hall, 1933) y la razón de altura, además de tres de ahusamiento para conformar un sistema de ecuaciones de volumen comercial y de ahusamiento para *Pinus oocarpa* en el estado de Nayarit, México.

Materiales y Métodos

Área de estudio

La investigación se realizó en el ejido Santa María de Picachos, municipio Huajicori, Nayarit, México; ubicado en la región fisiográfica de la Sierra Madre Occidental que atraviesa la parte noreste del estado. La extensión del ejido es de 34 000 ha, en su mayoría cubierto por especies mezcladas de pino y encino que habitan entre los 1 800 y 2 180 m de altitud (Figura 1). El clima es semicálido húmedo del grupo C, la temperatura media anual de 18 °C, y la precipitación pluvial media anual de 1 294 mm. Los suelos dominantes son de tipo Regosol éutrico, seguido de Cambisol éutrico y Luvisol órtico (Inegi, 2017).

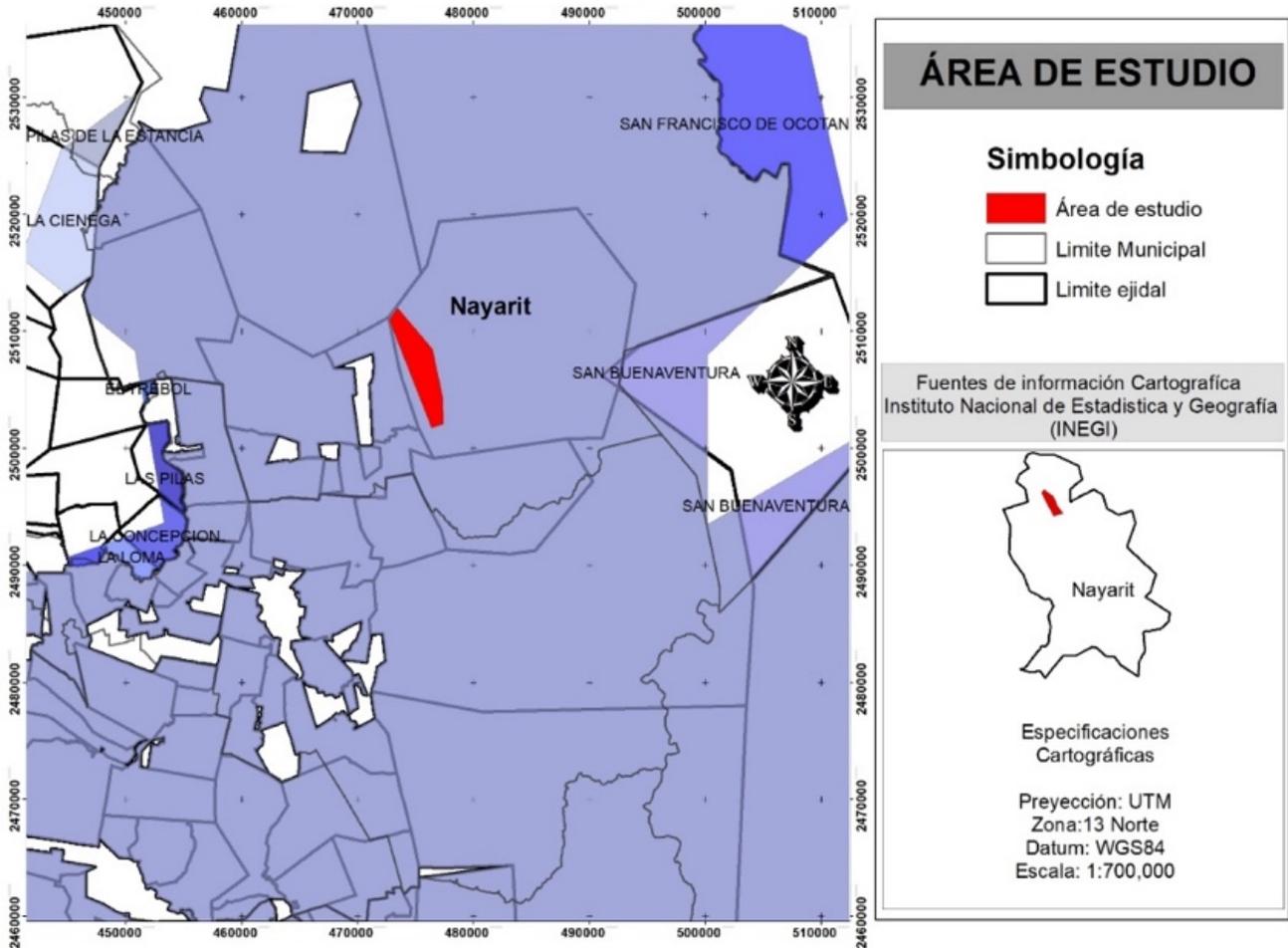


Figura 1. Ubicación del área de estudio en el ejido Santa María de Picachos, municipio Huajicori, Nayarit, México.

Muestreo

La información del ahusamiento y el volumen se obtuvo de una muestra de 96 árboles de *P. oocarpa* caracterizados por ser sanos, rectos y sin daños, ni defectos físicos. La muestra fue representativa de todas las condiciones donde se distribuye

la especie dentro de la zona forestal del ejido. Los árboles se cortaron lo más cerca posible a la superficie del suelo, y una vez derribados, se midieron los diámetros del fuste con corteza a la altura del corte, a 1.3 m a partir del suelo y posteriormente a intervalos de 2.6 m hasta llegar a la punta del árbol. Para ello se utilizó una cinta diamétrica *Forestry Suppliers*[®] modelo 283D, las longitudes de las secciones fueron medidas con un flexometro *Trupper*[®] modelo FH-8M, y se registraron como las respectivas alturas a lo largo del fuste.

La base de datos incluyó 1 201 pares de datos de diámetros (d_{ij}) y alturas (h_{ij}), incluidos el diámetro normal (Dn_i) y la altura total (H_i), en los que los subíndices i y j indican el número de árbol y cualquier punto en el fuste, respectivamente. Del total de pares de datos obtenidos de 76 árboles, 888 se utilizaron para ajustar los modelos de volumen comercial y de ahusamiento, el complemento se usó para el proceso de validación.

Los volúmenes del tocón, trozas y punta de los fustes de cada árbol se estimaron con las ecuaciones geométricas del cilindro, *Smalian* y cono respectivamente (Cancino, 2012). La suma de los volúmenes del tocón, fuste y punta de cada árbol es igual a su volumen total del fuste con corteza.

Modelos de razón de volumen, volumen comercial y ahusamiento

Los modelos de razón de volumen $R(p)$ que utilizan como variable independiente la proporción $\left(p = \frac{h}{H}\right)$ de las alturas dadas a lo largo del fuste (h) sobre la altura total

(H) (Cuadro 1) fueron seleccionados de Zhao y Kane (2017). Tales modelos cumplen con las siguientes propiedades:

- (a) La razón del volumen comercial con el volumen total es igual a cero a la base del árbol, cuando la razón de la altura comercial con la total es igual a cero.
- (b) La razón del volumen comercial con el volumen total es igual a uno a la altura total del árbol, cuando la razón de la altura comercial con la total es igual a uno.
- (c) El incremento de la razón del volumen comercial con el volumen total con respecto al de la proporción de la razón de la altura comercial con la altura total sería igual o mayor a cero.
- (d) El incremento de la razón del volumen comercial con respecto al incremento de la razón de la altura disminuye a medida que la razón de la altura comercial del árbol se incrementa.

Cuadro 1. Modelos de volumen comercial y ahusamiento ajustados de manera simultánea para *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltdl. en el ejido Santa María de Picachos, municipio Huajicori, Nayarit, México.

Sistema	Modelos de volumen comercial (Vh)	Modelos de ahusamiento (d)
S1	$\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} [1 - (1 - p)^{\beta_1}]$ (1)	$\sqrt{\frac{\beta_1 \alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2}}{hk} (1 - p)^{\beta_1 - 1}}$ (4)
S2	$\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} [1 - (1 - p)^{\beta_1}]^{\beta_2}$ (2)	$\sqrt{\frac{\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \beta_1 \beta_2}{kH} [1 - (1 - p)^{\beta_1}]^{\beta_2 - 1} (1 - p)^{\beta_1 - 1}}$ (5)
S3	$\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \left[1 - (1 - p) \frac{\beta_1}{(\beta_1 + p)} \right]$ (3)	$\sqrt{\frac{\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} (\beta_1^2 + \beta_1)}{hk(\beta_1 + p)^2}}$ (6)

S1, S2, S3 = Sistemas de ecuaciones de volumen comercial-ahusamiento; Dn = Diámetro a 1.3 m de altura a partir del suelo; h = Altura comercial del fuste; $p = \frac{h}{H}$; H =

Altura total del árbol; $k = \frac{\pi}{40000}$; $\pi = 3.141592$; α_i y β_i = Parámetros por estimar.

Los modelos de volumen comercial (Vh), compuestos por el modelo de volumen total de *Schumacher-Hall* implícito en los de razón de volumen y que se ajustaron

de manera simultánea con los modelos de ahusamiento (V_h) fueron derivados y referidos por Lynch *et al.* (2017). El ajuste simultáneo de los modelos permite la compatibilidad algebraica, de tal manera que las ecuaciones de volumen comercial comparten los estimadores de los parámetros con los de ahusamiento, y minimizan los errores del volumen comercial y de los diámetros (Álvarez-González *et al.*, 2007; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019).

La estimación del volumen comercial a partir de la razón del volumen requiere la aplicación de una ecuación de volumen total, para este caso se seleccionó el modelo de volumen total de *Schumacher-Hall*, el cual considera el diámetro normal (D_n) y la altura total del fuste (H) como variables predictoras:

$$V_t = B_0 D_n^{B_1} H^{B_2} + \varepsilon_i \quad (7)$$

Donde:

V_t = Volumen total (m^3)

D_n = Diámetro normal (cm)

H = Altura total (m)

ε_i = Término de error

B_i = Parámetros a ser estimados

El ajuste simultáneo de los modelos de volumen comercial con los de ahusamiento se realizó con el comando *PROC MODEL* en el que se aplicaron regresiones aparentemente no relacionadas (*SUR*) en el programa estadístico *SAS 9.1* (Statistical Analysis System, 2004).

Normalmente, las estimaciones del volumen presentan problemas de heterocedasticidad, lo que hace necesario eliminar su impacto. En este estudio, el problema de heterocedasticidad se corrigió en los modelos de volumen comercial mediante regresión ponderada. El factor de ponderación de los modelos fue el recíproco del $(Dn^2H)^\theta$, donde Dn y H son las variables alométricas utilizadas en el modelo de volumen y θ el parámetro que se estima de la regresión potencial $e^2 = \rho(Dn^2H)^\theta$ (Parresol, 1999; Zhang et al., 2016; Simental-Cano et al., 2017). El diagnóstico de la autocorrelación entre los errores de los modelos de volumen comercial y ahusamiento se hizo al aplicar la prueba de *Durbin Watson (DW)* y la corrección con el modelo autorregresivo de segundo orden *CAR(2)* (Zimmerman et al., 2001) mediante la siguiente estructura:

$$e_{ij} = d_1 \rho_1^{h_{ij} - h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 \rho_2^{h_{ij} - h_{ij-2}} e_{ij-2} + \varepsilon_{ij} \quad (8)$$

Donde:

e_{ij} = j -ésimo residual ordinario del i -ésimo árbol

$d_1 = 1$ para $j > 1$

$d_1 = 0$ para $j = 1$

$d_2 = 1$ para $j > 2$

$d_2 = 0$ para $j \leq 2$

$h_{ij} - h_{ij-1}$ y $h_{ij} - h_{ij-2}$ = Distancias entre las observaciones j a $j-1$ y j a $j-2$ dentro de cada árbol, $h_{ij} > h_{ij-1}$ y $h_{ij} > h_{ij-2}$

ρ_1 y ρ_2 = Parámetros autorregresivos del primer y segundo orden, respectivamente

La bondad de ajuste de los sistemas volumen comercial-ahusamiento se evaluaron a través de la comparación del Coeficiente de Determinación Ajustado (R_{adj}^2), Raíz del Cuadrado Medio del Error ($RCME$), Criterio de Información de Akaike (AIC) y Coeficiente de Variación (CV), mientras que la validación se determinó a través del sesgo promedio (E), error absoluto promedio (EAP) y el porcentaje de la diferencia agregada (PDA) (Diéguez *et al.*, 2003; Barrios *et al.*, 2014; García *et al.*, 2017). Además, se analizó la relación de los valores observados y los estimados utilizando el coeficiente de determinación (R^2) y la $RCME$ (García *et al.*, 2017).

$$R_{adj}^2 = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right] \left[\frac{n-1}{n-k-1} \right] \quad (9)$$

$$RCME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k}} \quad (10)$$

$$AIC = -2 \log(L) + 2k \quad (11)$$

$$CV = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k}}}{\bar{y}} \quad (12)$$

$$E = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)}{n} \quad (13)$$

$$EAP = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (14)$$

$$PDA = \left[\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)}{n\bar{y}} \right] 100 \quad (15)$$

Donde:

y_i = Valor observado de la variable dependiente

\hat{y}_i = Valor predicho por el modelo

\bar{y} = Valor medio de la variable dependiente

n = Número de datos usados en el ajuste del modelo

k = Número de parámetros del modelo

$\log(L)$ = Función del logaritmo de verosimilitud

Resultados

Los estadísticos R^2_{adj} , $RCME$, AIC y CV derivados del ajuste simultáneo de los modelos compatibles de volumen comercial y ahusamiento indicaron que los que conforman el sistema S2 eran los que mejor se ajustaron. A su vez, al aplicar la estructura del error autorregresivo de segundo orden $CAR(2)$ a los datos utilizados en el ajuste de los modelos de volumen comercial, se obtuvieron valores de DW alrededor de 1.98, mientras que los de ahusamiento variaron entre 1.43 y 1.75, lo

que evidenció que se cumple la corrección de la autocorrelación de los errores en la estimación del volumen comercial (Cuadro 2).

Cuadro 2. Estadísticos de la bondad de ajuste de los modelos de volumen comercial (Vh) y ahusamiento (d) para *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltdl. en el ejido Santa María de Picachos, municipio Huajicori, Nayarit, México.

Sistema	Modelo	R^2_{adj}	RCME	AIC	CV	DW
S1	Vh	0.9702	0.0687	836.1585	15.1914	1.9794
	d	0.9319	3.7485	-1 666.7140	11.9578	1.4411
S2	Vh	0.9727	0.0651	-1 734.9126	15.1408	1.9805
	d	0.9579	2.7797	614.3040	8.3741	1.4299
S3	Vh	0.8187	0.1694	-1 101.5739	32.8997	1.9830
	d	0.6412	8.6036	1 356.2510	31.4545	1.7540

R^2_{adj} = Coeficiente de Determinación Ajustado; RCME = Raíz del Cuadrado Medio del Error; AIC = Criterio de Información de Akaike; CV = Coeficiente de Variación; DW = Valor del estadístico de Durbin-Watson.

Con base en el nivel de significancia de 0.05, todos los estimadores de los parámetros de los modelos ajustados son altamente significativos ($Pr < 0.0001$) (Cuadro 3), por lo tanto, son confiables para predecir el volumen comercial y el ahusamiento de los árboles de *P. oocarpa*.

Cuadro 3. Estimadores de los parámetros y estadísticos asociados de los sistemas de volumen comercial y ahusamiento ajustados en *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltdl. en el ejido Santa María de Picachos, municipio Huajicori, Nayarit, México.

Sistema	Parámetros	Estimación	Error estándar	Valor de t	$P < t$
---------	------------	------------	----------------	--------------	---------

S1	α_0	0.000045	6.471×10^{-6}	6.92	<0.0001
	α_1	1.534708	0.0279	55.09	<0.0001
	α_2	1.499066	0.0544	27.55	<0.0001
	β_1	2.771476	0.0692	40.08	<0.0001
S2	α_0	0.000044	6.568×10^{-6}	6.72	<0.0001
	α_1	1.550813	0.0287	54.02	<0.0001
	α_2	1.483622	0.0561	26.44	<0.0001
	β_1	1.824767	0.0591	30.86	<0.0001
	β_2	0.834866	0.0137	61.10	<0.0001
S3	α_0	0.000036	5.503×10^{-6}	-6.61	<0.0001
	α_1	1.535280	0.0293	52.34	<0.0001
	α_2	1.567810	0.0568	27.61	<0.0001
	β_1	-1.4×10^{62}	2.66×10^{-7}	-53×10^{137}	<0.0001

La validación de los sistemas ajustados del volumen comercial y ahusamiento indica que el S2 presenta los mejores estadísticos. El sesgo promedio es próximo a cero, mientras que el sesgo absoluto promedio, el porciento en diferencia acumulada y la *RCME* presentan los valores menores, así como mayor R^2 . Además del buen ajuste de los modelos de volumen comercial y de ahusamiento que conforman el sistema S2, estos modelos son parsimoniosos y, por lo tanto, más sencillos de aplicar que otros con mayor número de parámetros (Cuadro 4).

Cuadro 4. Estadísticos del proceso de validación de los modelos de volumen comercial (Vh) y ahusamiento (d) ajustados para *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltdl. en el ejido Santa María de Picachos, municipio Huajicori, Nayarit, México.

Sistema	Modelo	E	EAP	PDA	R²	RCME	β_1
S1	Vh	-0.0299	0.0496	16.29	0.9761	0.0614	0.985
	d	2.1253	2.9145	12.15	0.9546	3.0593	0.977
S2	Vh	-0.0017	0.0397	13.13	0.9773	0.0599	1.036
	d	1.4181	1.8153	6.78	0.9751	2.1336	1.062
S3	Vh	0.1035	0.1127	30.34	0.9057	0.1222	1.166
	d	2.8761	5.4071	18.89	0.8098	5.9083	1.036

E = Sesgo absoluto promedio; *EAP* = Error absoluto promedio; *PDA* = Porcentaje en diferencia acumulada; *R²* = Coeficiente de Determinación; *RCME* = Raíz del cuadrado medio del error; β_1 = Valor de la pendiente.

Las relaciones entre el volumen observado contra el estimado y entre el diámetro observado contra el estimado del sistema S2 presentan una tendencia lineal con valores de la pendiente β_1 de 1.036 y 1.062, respectivamente; los cuales están muy cercanos a la unidad, lo que ratifica que los modelos de volumen y ahusamiento que componen el S2 presentan buen ajuste en sus predicciones (Barrios *et al.*, 2014).

Previo al ajuste de los modelos de volumen comercial y ahusamiento, el modelo de volumen total de *Schumacher-Hall* se ajustó de manera independiente para corroborar su eficiencia en la estimación del volumen total de *P. oocarpa*. Los estadísticos *R²* y *RCME* en el Cuadro 5 demuestran que dicho modelo presenta un buen ajuste. A su vez, el valor estimado de la pendiente de la regresión lineal entre el volumen observado y el estimado ($\beta_1=1.024$), así como el del sesgo promedio a nivel árbol (0.00117) aplicado para la validación confirman la buena precisión del ajuste del modelo de *Schumacher-Hall*.

Cuadro 5. Estimadores de los parámetros del modelo de volumen total de *Schumacher-Hall* y del parámetro de la pendiente de la regresión lineal aplicado en la validación en *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltl.

Modelo	Parámetros	Estimación	Error estándar	Valor de <i>t</i>	<i>P</i> < <i>t</i>
Ajustado de <i>Schumacher-Hall</i> $V = B_0 D_n^{B_1} H^{B_2}$	B_0	0.000065	2.18×10^{-5}	3.002	<0.003
	B_1	1.647	0.0635	25.920	<0.001
	B_2	1.190	0.112	10.564	<0.0001
Regresión lineal para la validación $V_{obs} = B_1 V$	B_1	1.024	0.0136	75.209	<0.0001

V = Volumen total estimado con la ecuación de *Schumacher-Hall*; V_{obs} = Volumen calculado con los datos de campo; D_n = Diámetro normal del fuste a 1.30 m de altura; H = Altura total del fuste; B_i = Estimadores de los parámetros.

Discusión

La decisión de ajustar y aplicar el modelo de volumen de *Schumacher-Hall* a los modelos de razón de volumen fue porque este modelo se ha ajustado exitosamente a una gran diversidad de especies y regiones de México. Como ejemplos se citan a Corral-Rivas y Návar-Chaidez (2009), Tapia y Návar (2011), Ramos-Uvilla *et al.* (2014) y Hernández-Ramos *et al.* (2021). Además, en años recientes, ha sido extensamente ajustado de manera simultánea con modelos de ahusamiento para estimar el volumen comercial de varias especies de coníferas y latifoliadas (Hernández-Ramos *et al.*, 2017; Özçelik y Cao, 2017; García-Espinoza *et al.*, 2018; Zhao *et al.*, 2018; Hernández-Ramos *et al.*, 2021).

El análisis de los residuales que resultaron del ajuste del modelo de volumen de *Schumacher-Hall* demuestra que al incluir la ponderación de los errores, la varianza se corrigió parcialmente. De acuerdo a Hernández-Ramos *et al.* (2018) evadir ponderar los errores al ajustar los modelos de volumen resulta en un incremento de ellos a medida que la variable dependiente aumenta.

Al analizar los estimadores de los parámetros de los modelos de razón de volumen implícitos en los modelos de volumen comercial de los sistemas S1 y S2, se observa que están dentro de lo especificado por Zhao y Kane (2017), quienes señalan que el estimador del parámetro β_1 del modelo de razón implícito en la ecuación del volumen comercial del S1 debe ser mayor a uno ($\beta_1=2.771476$), y que el del parámetro β_1 asociado al modelo de razón de la ecuación para estimar el volumen comercial del S2 también tiene que ser mayor a uno ($\beta_1=1.824767$), mientras el del β_2 debe estar entre cero y uno ($\beta_2=0.834866$).

En general, el sistema S2 registró la más alta precisión tanto en la estimación del volumen comercial, como del ahusamiento. Los estadísticos de validación de los modelos que conforman el S2, así como la tendencia lineal que forma la relación entre los datos observados contra los estimados prueban que los estimadores de los parámetros del sistema S2 son eficientes (Rachid *et al.*, 2014).

A su vez, los estadísticos que refirió Alemdag (1988) al derivar y ajustar diversos modelos de razón de volumen a *Pinus resinosa* Aiton y *Acer saccharum* Marshall, así como los de Hernández-Ramos *et al.* (2018), al ajustar diversas ecuaciones de razón de volumen que están en función de la proporción de diámetro a diferentes alturas contra el diámetro normal $\left(\frac{d}{D_n}\right)$, y de la altura a diferentes secciones del fuste contra la altura total $\left(\frac{h}{H}\right)$ para estimar el volumen comercial de *Swietenia macrophylla* King, indican que los modelos de razón que están en función de la

proporción de la altura son más precisos que los dependientes de la proporción del diámetro.

En el caso de este estudio, los modelos de volumen comercial que tienen implícitos a los modelos de razón de volumen que utilizan la proporción de la altura evidencian una alta precisión en la estimación de los volúmenes comerciales.

García-Espinoza *et al.* (2018) al ajustar el modelo de volumen total de *Schumacher* con seis modelos de razón y cuya variable independiente fue la proporción de las alturas $\left(\frac{h}{H}\right)$ para *Pinus pseudostrobus* Lindl., consideraron al igual que en el presente estudio, que tanto el modelo de volumen comercial como el de ahusamiento que componen al S2 tuvieron buenos ajustes. Los R^2 consignados por los autores citados fueron 0.998 y 0.982, las *RCME* iguales a 0.028 y 1.722 para el volumen comercial y el ahusamiento, respectivamente; estadísticos ligeramente superiores a los estimados en este estudio para *P. oocarpa*.

A su vez, Zhao y Kane (2017), al ajustar ocho ecuaciones de razón que cumplen con las cuatro propiedades de acumulación relativa de los fustes para estimar el volumen acumulado del fuste de *Pinus taeda* L., también determinaron que el S2 fue el mejor, seguido del S1.

Por su parte, Quiñonez-Barraza *et al.* (2019) revelaron que de 11 sistemas ajustados a cinco especies de pino, el S2 fue el más parsimonioso por presentar menos de seis parámetros, razón por la que también seleccionaron al sistema S2 como el segundo mejor para predecir tanto el volumen comercial, como el ahusamiento. Debido a que la expresión de la altura comercial (h) es indefinida para el modelo de ahusamiento del sistema S2, esta se puede estimar a través de interacciones mediante métodos numéricos diseñados para ello (Lynch *et al.*, 2017).

Conclusiones

El análisis sobre el ajuste simultáneo y compatible de sistemas de volumen comercial y ahusamiento, evidenció que los modelos de razón de volumen son una opción confiable para estimar el volumen comercial de árboles de *Pinus oocarpa*. De acuerdo a los estadísticos de ajuste y al proceso de validación, los modelos de volumen comercial y ahusamiento del sistema S2 permiten determinar de forma confiable, el volumen comercial, el volumen total, así como el perfil fustal en ejemplares de *P. oocarpa* en la zona de estudio.

Agradecimientos

Los autores agradecen a los titulares del ejido Santa María de Picachos por permitir tomar la información dentro de su ejido, así como al Tecnológico Nacional de México, a través del Instituto Tecnológico de El Salto, por las facilidades financieras otorgadas para obtener la información de campo.

Conflicto de interés

Los autores declaran no tener ningún conflicto de interés sobre la publicación del presente documento.

Contribución por autor

Francisco Javier Hernández y Luis Alberto Simental Serrano: diseño, toma y análisis de datos, y redacción del manuscrito; José Ciro Hernández Díaz, Christian A. Wehenkel, José Ángel Prieto Ruíz y Juan Abel Nájera Luna: análisis de datos, proceso de discusión y revisión del manuscrito.

Referencias

Alemdag, I. S. 1988. A ratio method for calculating stem volume to variable merchantable limits, and associated taper equations. *The Forestry Chronicle* 64(1):18-26. Doi: 10.5558/tfc64018-1.

Álvarez-González, J. G., R. Rodríguez-Soalleiro y A. Rojo-Alboreca. 2007. Resolución de problemas del ajuste simultáneo de sistemas de ecuaciones: heterocedasticidad y variables dependientes con distinto número de observaciones. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales* 23:35-42. Doi: 10.31167/csef.v0i23.9603.

Barrios, A., A. M. López y V. Nieto. 2014. Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal* 17(2):137-149. Doi: 10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2014.2.a01.

Burkhart, H. E. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *Southern Journal of Applied Forestry* 1(2):7-9. Doi: 10.1093/sjaf/1.2.7.

Cancino C., J. O. 2012. *Dendrometría básica*. Departamento Manejo de Bosques y Medio Ambiente, Facultad de Ciencias Forestales, Universidad de Concepción. Concepción, CCP, Chile. 163 p. http://repositorio.udec.cl/bitstream/11594/407/2/Dendrometria_Basica.pdf. (9 de junio de 2023).

Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *Forest Science* 26(1):117-120. Doi: 10.1093/forestscience/26.1.117.

Corral-Rivas, J. J., D. J. Vega-Nieva, R. Rodríguez-Soalleiro, C. A. López-Sánchez, ... and A. D. Ruiz-González. 2017. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. *Forests* 8(11):417. Doi: 10.3390/f8110417.

Corral-Rivas, S. y J. de J. Návar-Cháidez. 2009. Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 15(1):5-13. <http://www.scielo.org.mx/pdf/rcscfa/v15n1/v15n1a1.pdf>. (28 de febrero de 2023).

Crecente-Campo, F., A. Rojo A. and U. Diéguez-Aranda. 2009. A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. *Annals of Forest Science* 66(8):1-12. Doi: 10.1051/forest/2009078.

Cruz-Cobos, F., H. M. De los Santos-Posadas y J. R. Valdez-Lazalde. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42(4):473-485. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=30211241010>. (28 de febrero de 2023).

Demaerschalk, J. P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science* 18(3):241-245. Doi: 10.1093/forestscience/18.3.241.

Diéguez A., U., M. Barrio A., F. Castedo D. y M. Balboa M. 2003. Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 12(2):131-139.

Fabián-Plesníková, I., C. Sáenz-Romero, J. Cruz de L., M. Martínez-Trujillo y N. M. Sánchez-Vargas. 2020. Parámetros genéticos de caracteres de crecimiento en un ensayo de progenies de *Pinus oocarpa*. *Madera y Bosques* 26(3):1-14. Doi: .10.21829/myb.2020.2632014.

- Fang, Z., B. E. Bordes and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science* 46(1):1-12. Doi: 10.1093/forestscience/46.1.1.
- Flores M., E. A., A. C. Rodríguez A., O. A. Aguirre C., E. Alanís R. y G. Quiñonez B. 2021. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el ejido Corona del Rosal, Nuevo León, México. *Madera y Bosques* 27(2):1-12. Doi: 10.21929/myb.2021.2722130.
- García C., X., J. Hernández R., A. Hernández R., G. Quiñonez B., J. C. Tamarit U. y G. G. García E. 2017. Predicción del diámetro normal, altura y volumen a partir del diámetro del tocón en especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8(43):89-116. Doi: 10.29298/rmcf.v8i43.67.
- García-Espinoza, G. G., O. A. Aguirre-Calderón, G. Quiñonez-Barraza, E. Alanís-Rodríguez, H. M. De Los Santos-Posadas and J. J. García-Magaña. 2018. Taper and volume systems based on ration equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Mexico. *Forest* 9(6):1-14. Doi: 10.3390/f9060344.
- Hernández-Ramos, J., A. Hernández-Ramos, X. García-Cuevas, J. C. Tamarit-Urias, L. Martínez-Ángel y J. García-Magaña. 2018. Ecuaciones de volumen total y de razón para estimar el volumen comercial de *Swietenia macrophylla* King. *Colombia Forestal* 21(1):34-46. Doi: 10.14483/2256201X.11965.
- Hernández-Ramos, J., H. M. De los Santos-Posadas, J. R. Valdéz-Lazalde, J. C. Tamarit-Urias, ... y A. Peduzzi. 2017. Estimación del volumen comercial en plantaciones de *Eucalyptus urophylla* con modelos de volumen total y de razón. *Agrociencia* 51:561-580. <http://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v51n5/1405-3195-agro-51-05-00561.pdf>. (28 de febrero de 2023).
- Hernández-Ramos, J., X. García-Cuevas, A. Hernández-Ramos, J. C. Tamarit-Urias y E. Buendía-Rodríguez. 2021. Modelos para estimar volumen fustal y ahusamiento para *Manilkara zapota* (L.) P. Royen en Quintana Roo, México. *Acta Universitaria* 31:e3067. Doi: 10.15174/au.2021.3067.

https://www.researchgate.net/publication/28063129_Estimacion_del_diametro_normal_y_del_volumen_del_tronco_a_partir_de_las_dimensiones_del_tocon_para_seis_especies_forestales_comerciales_de_Galicia (6 de junio de 2023).

Instituto Nacional de Bosques (Inab). 2017. Pino de Ocote *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltdl. Paquete tecnológico forestal. Informe Final. Inab y Ministerio de Ambiente y Recursos Naturales Renovables. Ciudad de Guatemala, GU, Guatemala. 40 p. https://www.itto.int/files/itto_project_db_input/2802/Technical/PINO%20OCOTE.pdf. (8 de junio de 2023).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). 2017. Anuario estadístico y geográfico de Nayarit 2017. INEGI. Aguascalientes, Ags., México. 469 p. https://www.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/anuarios_2017/702825092054.pdf. (28 de febrero de 2023).

Lynch, T. B., D. Zhao, W. Harges and J. P. McTague. 2017. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. *Canadian Journal of Forest Research* 47(10):1424-1431. Doi: 10.1139/cjfr-2017-0108.

Lynch, T. B., S. T. Chang and J. P. Chandler. 1992. Estimation of individual tree volume by importance sampling and antithetic variates from the cylindrical shells integral. *Canadian Journal of Forest Research* 22(3):326-335. Doi: 10.1139/x92-042.

Özçelik, R. and Q. V. Cao. 2017. Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of black pine in Turkey. *Forest Science* 63(4):349-355. Doi: 10.5849/FS.2016-067.

Parresol, B. R. 1999. Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. *Forest Science* 45(4):573-593. Doi: 10.1093/forestscience/45.4.573.

Quiñonez-Barraza, G., D. Zhao and H. M. De los Santos-Posadas. 2019. Compatible taper and stem volume equations for five pine species in mixed-species forest in Mexico. *Forest Science* 65(5):602-613. Doi: 10.1093/forsci/fxz030.

- Rachid C., C., G. Mason E., R. Woollons and F. Resquin. 2014. Volume and taper equations for *P. taeda* (L.) and *E. grandis* (Hill ex. Maiden). *Agrociencia Uruguay* 18(2):47-60. <http://www.scielo.edu.uy/pdf/agro/v18n2/v18n2a06.pdf>. (28 de febrero de 2023).
- Ramos-Uvilla, J. A., J. J. García-Magaña, J. Hernández-Ramos, X. García-Cuevas, ... y G. G. García E. 2014. Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de *Pinus* de la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5(23):92-109. Doi: 10.29298/rmcf.v5i23.344.
- Schumacher, F. X. and F. D. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. *Journal of Agricultural Research* 47:719-734. <https://naldc.nal.usda.gov/download/IND43968352/PDF>. (28 de febrero de 2023).
- Silva-González, E., M. A. Nava-Moreno, F. J. Hernández y J. G. Colín. 2018. Funciones compatibles de ahusamiento-volumen para tres especies de *Pinus* en la Unidad de Manejo Forestal 0808 del estado de Chihuahua. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes* 26(73):58-67. Doi: 10.33064/iycuaa201873207.
- Simental-Cano, B., C. A. López-Sánchez, C. Wehenkel, B. Vargas-Larreta, J. G. Álvarez-González and J. J. Corral-Rivas. 2017. Species-specific and regional volume models for 12 forest species in Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 23(2):155-171. Doi: 10.5154/r.rchscfa.2016.01.004.
- Statistical Analysis System (SAS). 2004. SAS/STAT® 9.1 User's Guide. SAS Institute Inc. Cary, NC, United States of America. 5121 p. https://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc_91/stat_ug_7313.pdf. (24 de noviembre de 2022).
- Tapia, J. y J. Návar. 2011. Ajuste de modelos de volumen y funciones de ahusamiento para *Pinus pseudostrobus* Lind. en bosques de pino de la Sierra Madre Oriental de Nuevo León, México. *Foresta Veracruzana* 13(2):19-28. <https://www.redalyc.org/pdf/497/49721457004.pdf>. (28 de febrero de 2023).

- Trincado, G., K. von Gadow y V. Sandoval. 1997. Estimación de volumen comercial en latifoliadas. *Bosque* 18(1):39-44. Doi: 10.4206/bosque.1997.v18n1-05.
- Zhang, C., D. L. Peng, G. S. Huang and W. S. Zheng. 2016. Developing aboveground biomass equations both compatible with tree volume equations and additive systems for single-trees in poplar plantations in Jiangsu Province, China. *Forest* 7(2):1-15. Doi: 10.3390/f7020032.
- Zhao, D. and M. Kane. 2017. New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine. *Forest Science* 63(3):261-269. Doi: 10.5849/FS-2016-076.
- Zhao, D., T. B. Lynch, J. Westfall, J. Coulston, M. Kane and D. E. Adams. 2018. Compatibility, development, and estimation of taper and volume equations systems. *Forest Science* 65(1):1-13. Doi: 10.1093/forsci/fxy036.
- Zimmerman, D. L., V. Nuñez-Antón, T. G. Gregoire, O. Schabenberger, ... and P. Vieu. 2001. Parametric modeling of growth curve data: An overview. *Test* 10:1-73. Doi: 10.1007/BF02595823.



Todos los textos publicados por la **Revista Mexicana de Ciencias Forestales** –sin excepción– se distribuyen amparados bajo la licencia *Creative Commons 4.0 Atribución-No Comercial (CC BY-NC 4.0 Internacional)*, que permite a terceros utilizar lo publicado siempre que mencionen la autoría del trabajo y a la primera publicación en esta revista.