

# FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMPATIBLE PARA *Pinus arizonica* Engelm. EN EL SUROESTE DE CHIHUAHUA

Marín Pompa García<sup>1</sup>, José Javier Corral Rivas<sup>1</sup>,  
Manuel Antonio Díaz Vásquez<sup>1</sup> y Martín Martínez Salvador<sup>2</sup>

## RESUMEN

*Pinus arizonica* es una de las especies de mayor uso y distribución en el suroeste del estado de Chihuahua, donde cubre 80% de la superficie forestal y genera al año aproximadamente 160,000 m<sup>3</sup> de madera; no obstante, el conocimiento veraz referente a las estimaciones de su volumen comercial es limitado. Por ello, el presente trabajo tuvo como objetivo conocer su ahusamiento y diseñar una ecuación compatible que garantice su aplicación operativa. Se probaron seis modelos que incluyen ecuaciones lineales y no lineales, 2,230 pares de datos de 319 árboles derribados para aprovechamiento forestal. La bondad del ajuste se examinó a partir de la comparación del coeficiente de determinación ajustado, la raíz del error medio cuadrático y un índice de precisión. Se incluyeron técnicas estadísticas para verificar y corregir los problemas de colinealidad, autocorrelación y heterocedasticidad asociados a los procedimientos de regresión. El modelo de Biging resultó ser el de mejor capacidad de predicción, el cual mediante su integración matemática permite obtener una expresión de ahusamiento compatible con volúmenes comerciales y totales del arbolado en pie. Esta ecuación es recomendada para estimar el diámetro y la altura a lo largo del fuste; así como, el volumen comercial y total de la especie estudiada.

**Palabras clave:** Ahusamiento, estimaciones volumétricas, modelo de Biging, *Pinus arizonica* Engelm., volumen comercial, volumen compatible.

Fecha de recepción: 21 de diciembre de 2007.

Fecha de aceptación: 11 de mayo de 2009.

---

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Juárez del Estado de Durango. Correo-e: mpgarcia@ujed.mx

<sup>2</sup> Campo Experimental La Campana, Centro de Investigación Regional Norte Centro, INIFAP.

## ABSTRACT

*Pinus arizonica*. is one of the most abundant and regularly used species that grows at the southeastern part of Chihuahua state, and covers 80 per cent of the forest territory, with an annual wood production near 160,000 m<sup>2</sup>; however, knowledge about the estimation of its commercial volume is limited. Thus, the aim of this study was to know its taper and to formulate a compatible equation that guarantees their operation application. Six models including linear and non-linear equations were tested and fitted to 2,230 data pairs from 319 felled trees from harvesting operations. Fitting goodness was examined through the comparison of the adjusted coefficient of determination, root mean square error and a precision index. Statistical techniques to verify and correct problems of collinearity, autocorrelation and heteroscedasticity were included. Biging model had the best predictionability; its mathematical integration makes it possible to get a taper expression compatible to total and commercial volumes for trees. This equation is recommended to assess diameter and height of the stem and total and commercial volume for the species that was analyzed.

**Key words:** Taper, volumetric estimations, Biging model, *Pinus arizonica* Engelm., commercial volume, compatible volume.

## INTRODUCCIÓN

En el suroeste del estado de Chihuahua existen grandes superficies de bosques de pino que mediante su aprovechamiento constituyen la principal fuente de ingresos para los productores forestales del área de influencia de la Asociación de Silvicultores Unidos de Guachochi, S. C.

*Pinus arizonica* Engelm. es una especie importante que se distribuye en 80% de la superficie regional arbolada y que genera un volumen maderable anual del orden de los 160,000 m<sup>3</sup> (SEMARNAT, 2005) cuyo principal destino es la industria para la obtención de productos de alto valor comercial. Sin embargo, el conocimiento de las estimaciones volumétricas para el taxón es limitado, pues se carece de ecuaciones desarrolladas de manera local y específica. Usualmente, los programas de manejo en la región utilizan estas funciones a nivel de género y se desconoce su fundamentación estadística, por lo que resulta imperativo superar esta condición mediante la obtención de un modelo de ahusamiento capaz de estimar volúmenes comerciales y totales, basado en procedimientos estadísticos rigurosos que posibiliten su aplicación en el ámbito de los inventarios forestales, de acuerdo a las exigencias de la normatividad forestal vigente.

A lo largo del tiempo, gracias a los avances en las técnicas biométricas e informáticas, se han desarrollado diversas ecuaciones para simular el perfil fustal de los árboles, desde las más simples de ahusamiento (Kozak *et al.*, 1969; Ormerod, 1973; Hilt, 1980) hasta las polinomiales segmentadas (Bruce *et al.*, 1968; Max and Burkhart, 1976; Cao *et al.*, 1980) y las geométricas y trigonométricas (Parresol y Tomas, 1996; Fang y Bailey, 1999; Bi, 2000; Zhang *et al.*, 2002). No obstante que estas aportaciones han permitido una reducción considerable en costos, sin menoscabo de la precisión de sus estimadores, se carece de un modelo que explique adecuadamente la variación de la forma del fuste (Newnham, 1998), dado que es un factor muy inestable y sensible a muchas interacciones de la dinámica forestal (Castedo, 2003).

Durante la última década, en el norte de México se han generado funciones de ahusamiento para diversas especies de *Pinus*. Corral *et al.* (1999) obtuvieron buenos resultados con el modelo de Biging (1984), pero sugieren realizar investigación adicional, por lo que recomiendan desarrollar ecuaciones por taxón (Corral *et al.*, 2007). Cruz *et al.* (2008) desarrollaron un sistema compatible para estimar el volumen de *Pinus cooperi* Blanco mediante la modificación de un modelo lineal polinómico, el cual hicieron más flexible con la inclusión de efectos mixtos que controlan la variabilidad y mejoran notablemente la capacidad predictiva.

En la búsqueda constante por optimizar la distribución de los productos del arbolado en pie, previo a su industrialización, este trabajo tuvo como objetivo modelar el ahusamiento y generar ecuaciones de volumen comercial y total para *Pinus arizonica* en los bosques de la región de Silvicultores Unidos de Guachochi, Chihuahua, México. La hipótesis a probar fue que en dicha función el ahusamiento es integrable, y por tanto es posible obtener una ecuación de volumen total compatible.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

### **Descripción del área de estudio**

La región administrativa de Silvicultores Unidos de Guachochi, S.C., cuya superficie es de 767,000 ha, se localiza en la parte suroeste del estado de Chihuahua, entre los paralelos 27°52' y 27°30' latitud norte y meridianos 106°30' y 107°30' longitud oeste (Figura 1). El área comprende los municipios de Urique, Batopilas, Balleza y Guachochi.

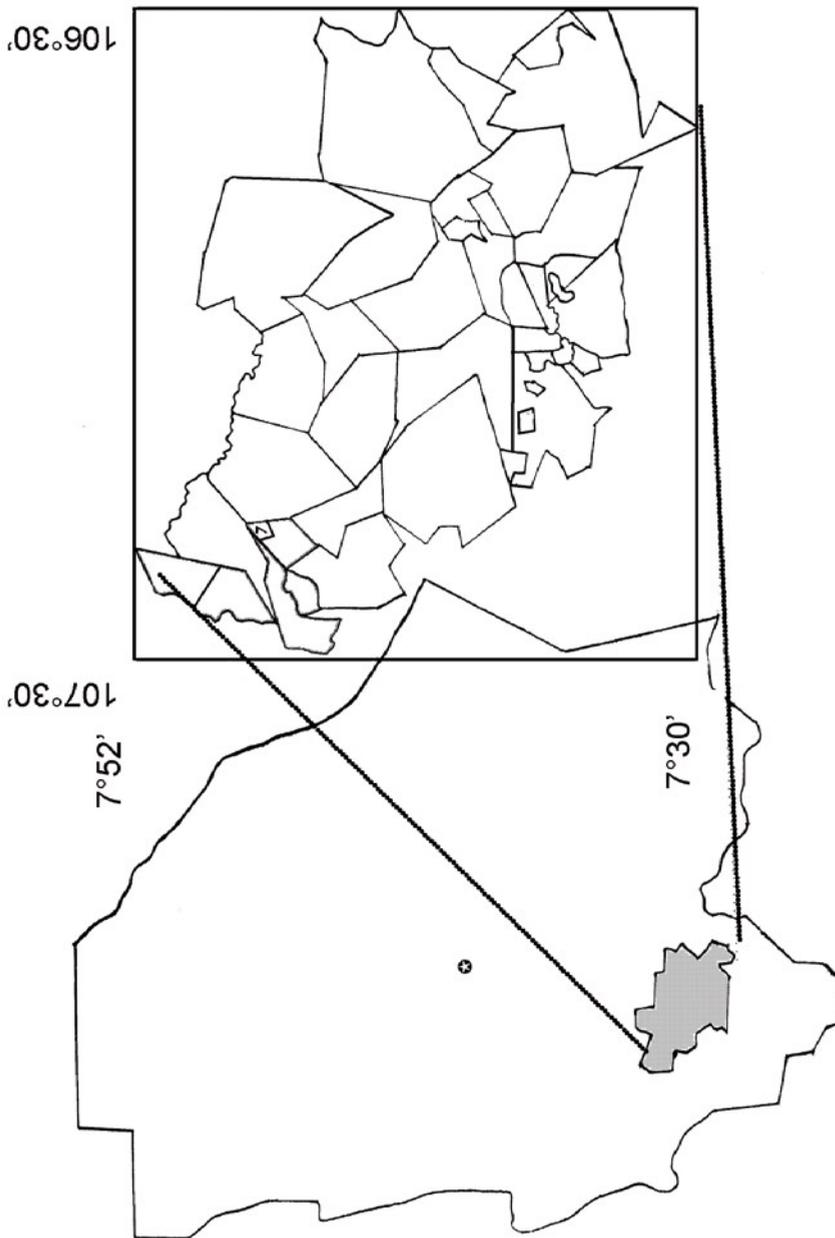


Figura 1. Localización del área de estudio correspondiente a la región administrativa de Silvicultores Unidos de Guachochi, S. C. con división predial.

La organización está integrada por 30 ejidos y 1,000 pequeñas propiedades, con una población de 110,000 beneficiarios, de los cuales 85% corresponde a la población Rarámuri (INEGI, 2004). Está enclavada en lo alto de la Sierra Madre Occidental, conocida como Sierra Tarahumara, en terrenos accidentados, con elevaciones y depresiones muy irregulares (Pompa, 1995).

El uso del suelo es forestal; el manejo se lleva a cabo con base en un potencial productivo anual de madera de 250,000 m<sup>3</sup> de pino y 80,000 m<sup>3</sup> de encino (SEMARNAT, 2005). El bosque corresponde a la vegetación propia de las regiones de clima C(E)(w<sub>0</sub>), según la clasificación de Köppen modificado por García (1988); los géneros presentes son: *Pinus*, *Quercus*, *Fraxinus* y *Juniperus*, entre otros (SEMARNAT, 2005).

## Descripción de los datos

Se obtuvo una muestra de 319 árboles seleccionados de manera aleatoria, para incluir todas las calidades de estación del área de estudio; además de la distribución de los árboles en términos de clases de diámetro y altura (Figura 2a). La toma de los datos de campo se realizó mediante un muestreo destructivo en las áreas de corta, para lo cual se midieron las siguientes variables: diámetro normal con corteza en centímetros ( $D$ ), altura total en metros ( $H$ ), diámetro con corteza en centímetros ( $d$ ) y para cada sección la altura con respecto al suelo en metros ( $h$ ). La información final consistió en 2,230 pares de diámetro ( $d$ ) y altura ( $h$ ) distribuidos a lo largo del tronco.

## Modelos probados

El perfil de los árboles se modeló a partir de seis modelos citados en la literatura, cuyas expresiones corresponden a ecuaciones lineales y no lineales (Cuadro 1). La selección se hizo por los buenos ajustes que tienen para el perfil de las trozas de las principales especies de pino que se desarrollan en el centro y norte de México (Torres *et al.*, 1993; Pompa, 1995; Rentería, 1995; Návar y Domínguez, 1997; Corral *et al.*, 1999).

Las expresiones que se probaron cumplen con la condición de que  $d = 0$  cuando  $H = h$ , y pueden ser usadas para predecir diámetros ( $d$ ) a cualquier altura de la troza ( $h$ ), y el volumen entre dos diámetros o alturas del tronco.

Los modelos Demaerschalk (1972), Clutter (1980) y Biging (1984) describen el ahusamiento relativo como una función de la altura relativa, elevada a un cierto parámetro constante, con la salvedad de que en el último, el exponente varía a

medida que cambia la altura del tronco analizado; por su parte, los modelos de Kozak *et al.* (1969), Amidon (1984) y Rentería (1995) usan una ecuación polinómica válida para todo el tronco del árbol y es sencilla de ajustar.

Cuadro 1. Modelos seleccionados para comparación y obtención de la ecuación de ahusamiento.

No.	Autor	Modelo
(1)	Demaerschalk (1972)	$d = 10^{\beta_0} \cdot D^{\beta_1} \cdot H^{\beta_2} \cdot (H - h)^{\beta_3}$
(2)	Kozak <i>et al.</i> (1969)	$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_0 \cdot \left(\left(\frac{h}{H}\right) - 1\right) + \beta_1 \cdot \left(\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 1\right)$
(3)	Clutter (1980)	$d = \beta_0 \cdot D^{\beta_1} \cdot H^{\beta_2} \cdot (H - h)^{\beta_3}$
(4)	Biging (1984)	$d = D \left[ \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln \left( 1 - \left( 1 - \exp\left(\frac{\beta_0}{\beta_1}\right) \right) \cdot \left(\frac{h}{H}\right)^{1/3} \right) \right]$
(5)	Amidon (1984)	$d = \beta_0 \cdot D \cdot \frac{H - h}{H - 1.3} + \beta_1 \cdot \frac{(H^2 - h^2) \cdot (h - 1.3)}{H^2}$
(6)	Rentería (1995)	$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_0 \left(\frac{H - h}{H}\right) + \beta_1 \left(\frac{H - h}{H}\right)^2 + \beta_2 \left(\frac{H - h}{H}\right)^3$

$d$  = diámetro con corteza (cm) de la  $i$ -ésima sección a la altura  $h$  (cm);  $h$  = altura  $h$  de la  $i$ -ésima sección a partir del suelo (m);  $D$  = diámetro normal con corteza (cm);  $H$  = altura total del árbol (m);  $\beta_i$  = coeficientes de regresión a determinar mediante el ajuste.

## Ajuste y comparación de los modelos

El ajuste de los modelos se realizó por el método de mínimos cuadrados ordinarios, para lo cual se usó el programa estadístico SAS/STAT® (Statistical Analysis System Institute Inc., 2004). Durante el proceso, normalmente aparecen algunos problemas estadísticos que de no corregirse violarían los supuestos básicos del análisis de regresión que asumen que los errores son independientes y

están distribuidos de modo idéntico. Según Kozak (1997), de estos inconvenientes, la colinealidad, la heterocedasticidad y la autocorrelación son los más importantes. Por lo tanto, en este trabajo se utilizaron métodos generalizados de regresión lineal y no lineal para modelar la estructura del error. Los trabajos de Monserud (1984), Goelz y Burk (1992, 1996, 1998) y Huang (1997) muestran aplicaciones prácticas de estos métodos. Los valores de la prueba del índice de condición factorial “*IFC*” (Gujarati, 2004), la prueba de Park “*P*” (Park, 1966), y estadístico de Durbin y Watson “*DW*” (Durbin y Watson, 1951), evidenciaron que la estimación final de los parámetros no estuviera afectada por problemas de colinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación, respectivamente.

Los criterios empleados para juzgar la bondad de ajuste de los modelos se basaron en un análisis numérico y gráfico de los residuos. El análisis numérico consistió en la comparación de cuatro estadísticos: el sesgo, la raíz del error medio cuadrático y el coeficiente de determinación ajustado y el índice de comparación (Cuadro 2).

Cuadro 2. Estadísticos empleados para evaluar la bondad de ajuste de los modelos.

Sesgo	$\bar{E} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) / n$
Raíz del error medio cuadrático	$REMC = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-p)}$
Coeficiente de determinación ajustado	$R_{adj}^2 = 1 - (n-1) \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-p) \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$
Índice de comparación	$IC = \frac{\text{Max} \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} + \text{Max} \frac{y_i - \hat{y}_i}{h^1}}{n}$

$y_i$ ,  $\hat{y}_i$  y  $\bar{y}$  = valor observado, predicho y medio de la variable dependiente, respectivamente;  $n$  = número total de observaciones usadas para ajustar el modelo;  $p$  = número de parámetros del modelo;  $\text{Max}$  = máxima diferencia absoluta entre diámetros observados y estimados por árbol;  $h^1$  = altura donde se presenta la máxima diferencia.

Índice de comparación.- Considera las máximas diferencias que destacan el peor ajuste del modelo en cada árbol, y se pondera por el diámetro y la altura donde se presenta esa diferencia, considerando que una diferencia dada no tiene el mismo efecto si está en la base, en la mitad o en la punta del fuste. Es así como valores

menores de IC indican mayor precisión del modelo y, por ende, en la estimación de diámetros a distintas alturas del fuste.

Aunque estos estadísticos y sus supuestos son buenos indicadores de la bondad global de ajuste de la función de ahusamiento, es conveniente una representación gráfica por secciones relativas de altura en el árbol. Según Castedo (2003), el modelado por posición es muy importante para decidir si en realidad la función de ahusamiento debe ser recomendada.

Para el análisis gráfico se examinaron diferentes manifestaciones de los datos experimentales y los residuos después del ajuste de los modelos. Estos gráficos constituyen una herramienta muy valiosa en la selección de un modelo ya que permiten identificar errores o comportamientos anormales (Rawlings, 1988; Neter *et al.*, 1990).

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El Cuadro 3 muestra un resumen de los estadísticos descriptivos de los árboles incluidos en este estudio.

Cuadro 3. Estadísticos descriptivos de los árboles incluidos en la muestra de estudio y utilizados en el ajuste de las ecuaciones de ahusamiento.

Variable	Número de observaciones	Media	Desviación estandar	Máximo	Mínimo
Altura Total (m)	319	18.7	4.9	39.9	4.0
Diámetro normal* (cm)	319	38.5	12.3	74.2	10
Altura h de la sección a partir del suelo (en m)	2230	9.0	7.4	39.9	0.1
Diámetro d concorteza (en cm) a la altura h	2230	26.3	16.8	91	0

\* con corteza a la altura del pecho (1.3 m) en cm.

La Figura 2b ilustra las alturas relativas ( $h/H$ ) frente a los diámetros relativos ( $d/D$ ) de cada sección medida del tronco. La amplitud de los datos refleja la forma de los árboles que conformaron la muestra de interés.

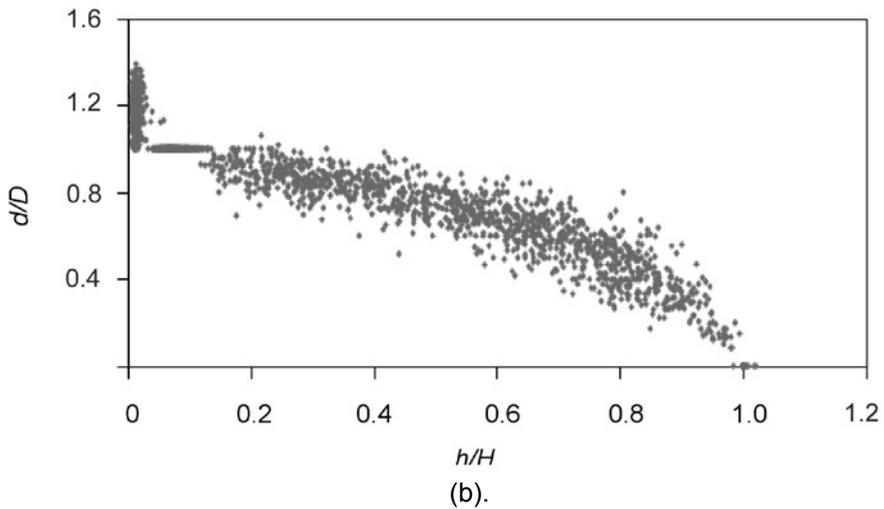
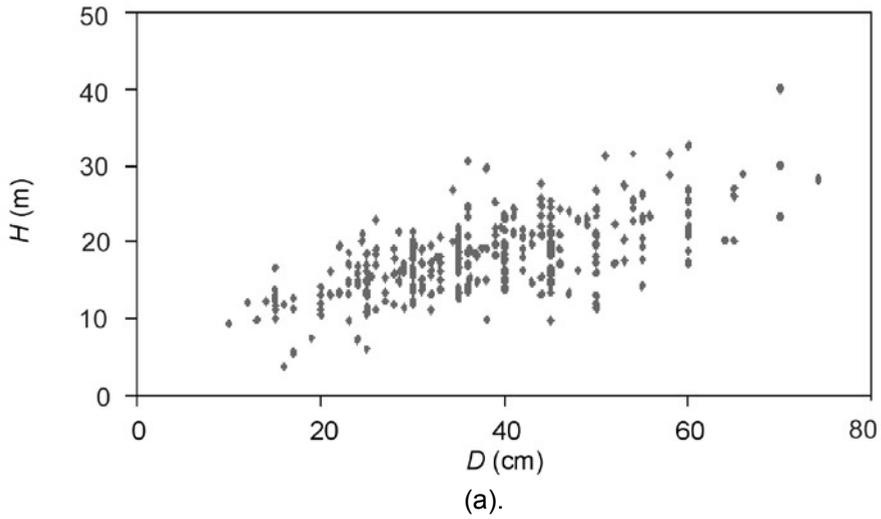


Figura 2. Dispersión de observaciones diámetro normal – altura (a). Dispersión de alturas relativas respecto a diámetros relativos de los 319 árboles incorporados al ajuste de las ecuaciones de ahusamiento (b).

Todas las estimaciones de los parámetros resultaron ser significativas al 99% de confianza. Aunque el ajuste de los modelos se realizó considerando distintas variables dependientes (algunos modelos predicen diámetros y otros diámetros relativos), los estadísticos de comparación fueron estimados tomando en cuenta una misma variable de este tipo. En este caso se despejó el diámetro ( $d$ ) a una cierta altura como variable dependiente (Cuadro 4), ya que cuando se usa el diámetro relativo aparecen errores multiplicativos de acuerdo al valor del diámetro normal ( $D$ ).

Cuadro 4. Comparación del ajuste de modelos de ahusamiento (con un nivel de significancia  $Pr > |t| < 0.0001$ ).

Modelo	Parámetro	Estimación	Error		Estadísticas del ajuste		
			estandar	$E$	$REMC$	$R^2_{adj}$	$IC$
(1) Demaerschalk (1972)	$\beta_0$	1.2587	0.0402	0.049	3.416	0.94	0.3069
	$\beta_1$	0.9673	0.0104				
	$\beta_2$	-0.55341	0.0123				
	$\beta_3$	0.546502	0.0050				
(2) Kozak <i>et al.</i> (1969)	$\beta_0$	-1.4257	0.0263	0.1	3.41	0.94	0.281
	$\beta_1$	0.2237	0.0205				
(3) Clutter (1980)	$\beta_0$	1.25850	0.0402	0.049	3.416	0.94	0.3069
	$\beta_1$	0.96726	0.0104				
	$\beta_2$	-0.5532	0.0123				
	$\beta_3$	0.5464	0.0050				
(4) Biging (1984)	$\beta_0$	1.1935	0.00333	0.827	2.921	0.97	0.2312
	$\beta_1$	0.3023	0.00275				
(5) Amidon (1984)	$\beta_0$	1.0468	0.00317	0.310	3.721	0.98	0.3182
	$\beta_1$	1.3342	0.02131				
(6) Rentería (1995)	$\beta_0$	1.2931	0.0346	0.07	3.32	0.94	0.2514
	$\beta_1$	-0.9859	0.1187				
	$\beta_2$	0.9439	0.0912				

Con base en los resultados reunidos en el Cuadro 4, todos los modelos explican de manera adecuada el perfil del árbol; sin embargo, los de Biging (1984) y de Rentería (1995) muestran valores más bajos de la raíz del error medio cuadrático y el índice de comparación, explicando 97 y 94% de la varianza del diámetro  $d$ , respectivamente. Así, al discriminar los modelos contrastados con estadísticos de ajuste y el análisis gráfico de los residuos, el modelo de Biging (1984) resultó

ser el que presenta las mejores estimaciones y además no tiene problemas de colinealidad como lo demuestra el índice de condición factorial cuyo valor fue de 3.43.

Referente a la heterocedasticidad, el gráfico de los residuos frente a los valores predichos para el modelo seleccionado (Figura 3) y la prueba de Park (1966) evidenciaron la igualdad de varianza y que no hay relación estadísticamente significativa de los residuales con las variables explicatorias ( $R^2 = 0.0203$ ). Así mismo, de acuerdo al estadístico de Durbin y Watson (1951), la autocorrelación serial de los residuos también es baja ( $DW = 1.3563$ ).

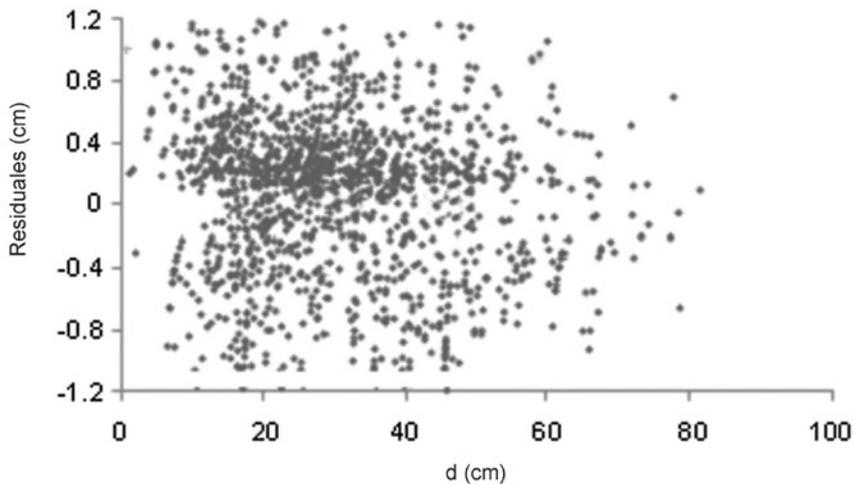


Figura 3. Gráfico de residuos frente a valores predichos del modelo de Biging (1984), usado para estimar diámetro  $d$  con corteza (cm) con relación con la altura  $h$ .

La prueba de normalidad de los residuos según el estadístico de Kolmogorov-Smirnov fue  $D = 0.107417$  ( $Pr > D < 0.0100$ ), lo cual indica que la normalidad se rechaza al 5% de significancia (no es satisfactoria), pero se acepta al 1%. Además, en la Figura 3 no hay ninguna tendencia sistemática en la distribución que lleven a un rechazo del modelo seleccionado, lo que implica que las pruebas de hipótesis son contundentes.

La Figura 4 ilustra el efecto que tiene el sesgo y el cuadrado medio del error a lo largo del fuste para los modelos (Biging, 1984 y Rentería, 1995). En los gráficos referidos, es evidente la bondad de sus estimaciones cuya conducta es similar y sólo se discriminan porque con el de Biging (1984) se obtiene una mejor determinación del perfil en la parte basal, donde se sitúa la mayor parte del volumen comercial; bajo tal criterio de operatividad práctica, se considera a este modelo como el más eficiente para predecir diámetros a diferentes alturas del fuste y, en consecuencia, para describir el ahusamiento de *Pinus arizonica* en la región de estudio.

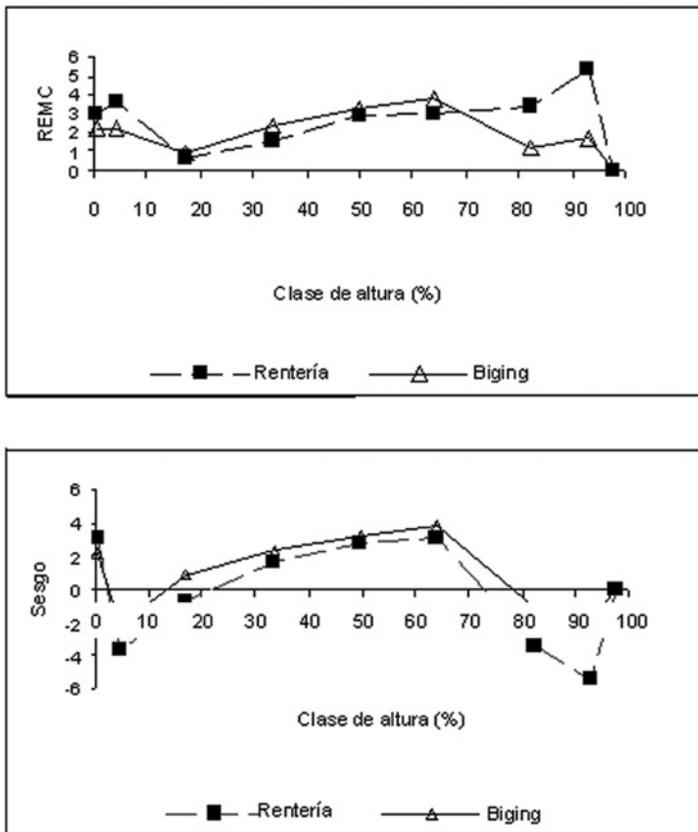


Figura 4. Comportamiento del sesgo y la raíz del error medio cuadrático a lo largo del fuste para las funciones de ahusamiento de Biging (1984) y Rentería (1995).

La Figura 5 ilustra la bondad de ajuste del modelo seleccionado para los valores observados de  $d$  a lo largo del fuste de uno de diez árboles escogidos al azar. Se aprecia que la función simula satisfactoriamente el perfil en la mayor parte del fuste; aunque disminuye su consistencia en la punta, donde aparece un ahusamiento difícil de modelar debido a factores como el tamaño de la copa (Corral *et al.*, 1999). Un comportamiento similar fue observado para los otros nueve árboles.

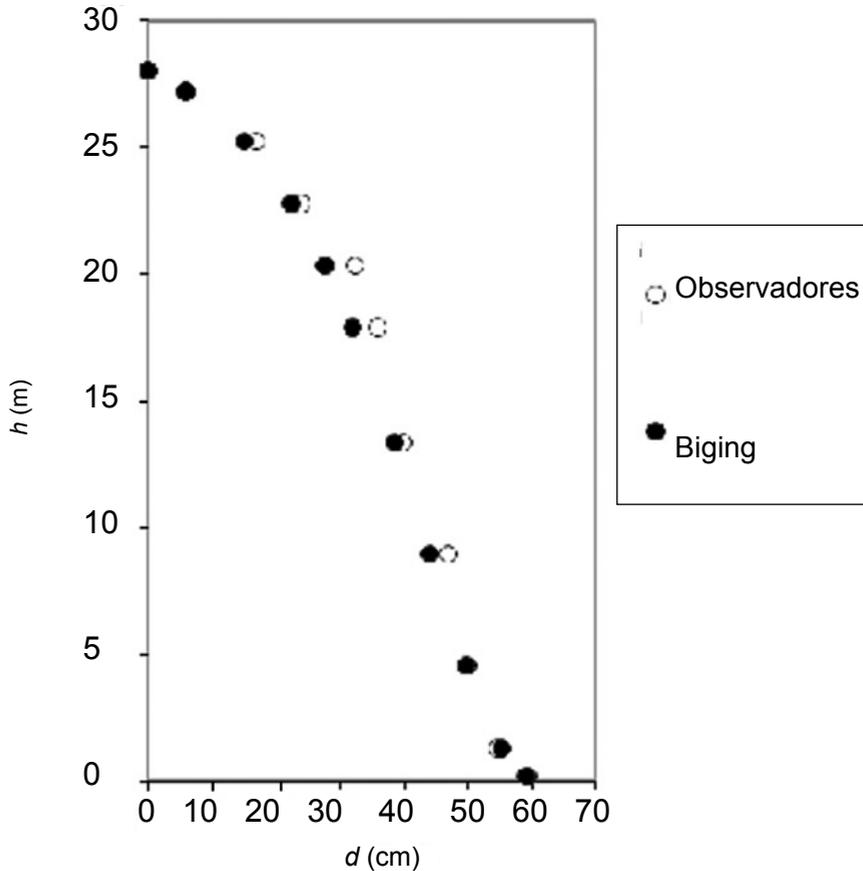


Figura 5. Gráfico del ajuste al perfil de un árbol obtenido con el modelo de Biging (1984) para *Pinus arizonica* Engelm.

De manera adicional al análisis gráfico se aplicó la prueba t de *student* para dos muestras pareadas o dependientes formadas por los valores observados y los valores predichos de los mismos 10 árboles (Devore, 1998). El resultado no mostró diferencias significativas entre los datos observados y estimados por el modelo seleccionado ( $t = 1.77$ ;  $gl = 77$ ;  $p > t = 0.079$ ).

Con base en los resultados antes expuestos, la ecuación definida para la especie en estudio se presenta a continuación. En dicha expresión queda implícito el índice de esbeltez del fuste ( $H/D$ ), mediante su inverso, es decir  $D/H$ , como una medida de la proporcionalidad de esas dimensiones. Además, cuando  $h = H$ , el diámetro estimado es cero, como lo indica la suma de sus coeficientes, por lo que cumple satisfactoriamente con esta propiedad.

$$d = D \left[ 1.1935 + 0.3023 \cdot \ln \left( 1 - \left( 1 - \exp \left( \frac{1.1935}{0.3023} \right) \right) \cdot \left( \frac{h}{H} \right)^{1/3} \right) \right]$$

El modelo de Biging (1984) recomendado para *Pinus arizonica* tiene la importante ventaja de ser una función de ahusamiento compatible con una ecuación de volumen, de tal manera que cuando se integra, genera estimaciones de volumen comercial y total idénticas a las obtenidas por una expresión de volumen existente (Demaerschalk, 1972; Avery y Burkhart, 1983).

Conforme a los razonamientos anteriores, se procedió a integrar la ecuación de ahusamiento a fin de obtener una que tenga la flexibilidad para calcular tanto el volumen comercial a una altura límite o cualquier segmento del fuste, como el volumen total por árbol (Biging, 1984). Cuando  $h = H$ , la ecuación resultante corresponde a la de volumen total con un factor de forma constante, así se logra la compatibilidad con la ecuación de volumen del coeficiente mórfico uniforme, que es lo deseable.

$$V = \beta (D2H)$$

El modelo de Biging (1984) tiene además la ventaja de presentar sólo dos parámetros estadísticos con una variable, en contraste con los modelos polinomiales usados por Rentería *et al.* (1995) y Návar *et al.* (1997). Los resultados del estudio aquí descrito son afines a los de Corral *et al.* (1999), quienes concluyen que el modelo referido describe mejor el ahusamiento para especies comerciales de pino en una región similar.

## CONCLUSIONES

De los seis modelos de ahusamiento probados para describir el perfil del trozo de *Pinus arizonica* en la parte suroeste del estado de Chihuahua, el de Biging fue el que presentó mejor capacidad predictiva; el modelado del diámetro por posición a lo largo del fuste fue un criterio determinante para seleccionarlo.

El modelo de Biging puede ser usado de manera confiable para predecir el diámetro a cualquier altura del trozo y la altura a cualquier diámetro del mismo. Tiene la importante ventaja de ser una función de ahusamiento compatible con la ecuación de volumen existente para el área de estudio.

Dada la solidez estadística del modelo seleccionado, constituye una herramienta fundamental para su aplicación en los inventarios forestales en la región de estudio, aunque no se descartan ajustes futuros derivados de su continua validación.

## AGRADECIMIENTOS

Se reconoce el apoyo otorgado por Silvicultores Unidos de Guachochi, S. C. quienes motivados por generar una herramienta actualizada para sus inventarios forestales, apoyaron en la toma de datos de campo.

## REFERENCIAS

- Amidon E., L. 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. *For. Sci.* 30(1): 166-171.
- Avery T., E. and H. E. Burkhardt. 1983. *Forest measurements*. McGraw-Hill Co. New York, NY. USA. 331 p.
- Bi H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian *Eucalyptus*. *For. Sci.* 46(3): 397-409.
- Biging G., S. 1984. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California. *For. Sci.* 30(4): 1103-1117.
- Bruce D., R., O. Curtis and C. Vancoevering. 1968. Development of system and taper volume tables for red alder. *For. Sci.* 14(3): 339-350.
- Cao Q., V., H. E. Burkhardt and T. A. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26(1): 71-80.
- Castedo D., F. 2003. Modelo dinámico de crecimiento para las masas de *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Tesis doctoral. Universidad de Santiago de Compostela, España. 297 p.

- Clutter J., L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volumen equations. *For. Sci.* 26(1): 117-120.
- Corral R., J. J., U. Diégues A., S. Corral R. and F. Castedo D. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management* 238: 118-129.
- Corral R., S., J. J. Návar Ch. y F. Fernández S. 1999. Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco pináceas de la región de El Salto, Durango. *Madera y Bosques* 5: 53-65.
- Cruz C., F., H. Santos P. y R. Valdez L. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42: 473-485.
- Demaerschalk, J. P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *For. Sci.* 18(3):241-245.
- Devore, J. L. 1998. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencia. International Thomson Editores, S. A. de C. V. México, D. F. México. 711 p.
- Durbin, J. and G. S. Watson. 1951. Testing for serial correlation in least squares regression. *Biometrika*, Vol. 38:159-177.
- Fang, Z. and R. L. Bailey. 1999. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in southern China. *For. Sci.* 45(1): 85-100.
- García, E. 1988. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen. Offset Larios, S. A. 4a. edición. México, D. F. México. 217 p.
- Goelz, J. C., G. and T. E. Burk. 1992. Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario. *Can. J. For. Res.* 22(6): 776-784.
- Goelz, J. C., G. and T. E. Burk. 1996. Measurement error causes bias in site index equations. *Can. J. For. Res.* 26(9): 1585-1593.
- Goelz, J. C., G. and T. E. Burk. 1998. Long-term trends in height growth of jack pine in north central Ontario. *For. Sci.* 44(1): 158-164.
- Gujarati, D. 2004. *Econometría*. McGraw Hill Interamericana de México. México, D. F. México. 972 p.
- Huang, S. 1997. Development of a subregion-based compatible height-site index-age model for black spruce in Alberta. Alberta Land and Forest Service, For. Mgmt. Res. Note No 5, Pub No. T/352 Edmonton, Alberta, Canada. 23 p.
- Hilt, D. E. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volumen equations. *For. Sci.* 26(1): 117-120.
- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI). 2004. Anuario Estadístico. Chihuahua. Carpetas de datos básicos estatales. Datos Básicos de Chihuahua. Dirección General de Estadística. <http://www.cuentame.inegi.gob.mx>. (7 de octubre de 2008).

- Kozak, A., D. D. Munro and J. H. G. Smith. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron.* 45(4):278-283.
- Kozak, A. 1997. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Can. J. For. Res.* 27: 619-629.
- Max, T. A. and H. E. Burkhart. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22(3):283-289.
- Monserud, R. A. 1984. Height growth and site index curves for inland Douglas-fir based on stem analysis and forest habitat type. *For. Sci.* 30(4): 943-965.
- Návar Ch., J. J. y P. Domínguez. 1997. Ajuste de modelos de volumen y funciones que describen el perfil diamétrico de cuatro especies de pino plantadas en el noroeste de México. *Invest. Agrar. Sist. Recur. For.* 6(1-2): 147-163.
- Neter, J., W. Wasserman and M. H. Kutner. 1990. *Applied linear statistical models*. Irwin Publishing. Homewood, IL. USA. 1181 p.
- Newnham, R. M. 1998. A variable-form taper function. Petawawa Nt. For. Inst. Information Rep. PI-X-83, Petawawa. Canada. 33 p.
- Ormerod, D. W. 1973. A simple bole model. *For. Chron.* 49: 136-138.
- Parresol B., R. and C. C. Thomas. 1996. A simultaneous density-integral system for estimating stem profile and biomass: Slash pine and Willow Oak. *Can. J. For. Res.* 26(5): 773-781.
- Park, R. E. 1966. Estimation with heterocedastic error terms. *Econometrica.* 34(4):888.
- Pompa G., M. 1995. Sistema de cubicación para el género *Pinus* en la UCODEFO # 7. "Norogachi-Guachochi", Chihuahua. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados, Montecillo, Edo. de Méx. México. 105 p.
- Rawlings, J. O. 1988. *Applied regression analysis – A Research Tool*. Wadsworth, Belmont, CA. USA. 553 p.
- Rentería A., J. B. 1995. Sistema de cubicación para *Pinus cooperi* Blanco mediante ecuaciones de ahusamiento en Durango. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. México. 77 p.
- Statistical Analysis System Institute Inc. (SAS). 2004. *SAS/ETS® 9.1 User's Guide*. SAS Institute Inc., Cary, NC. USA. 2170 p.
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT). 2005. Control técnico de aprovechamientos. Listado electrónico. Delegación Federal de Chihuahua. Subdelegación de gestión para la protección ambiental y recursos naturales. <http://www.semarnat.gob.mx/informacionambiental/Pages/index-sniam.aspx>. (7 de octubre de 2008).
- Torres R., J. M., O. S. Magaña T. y A. Valles G. 1993. Funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del Estado de México. *In: Memorias del 1er. Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales*. Saltillo, Coah. México. p. 15.

Zhang, L., C. Peng., S. Huang and X. Zhou. 2002. Development and evaluation of ecoregion-based tree height-diameter models for jack pine in Ontario. *For Chron.* 78(40): 530-538.